

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
3.	Направленность (профиль)	Системное программирование и компьютерные технологии
4.	Дисциплина (модуль)	К.М.01.07 Исследование операций и теория игр
5.	Форма обучения	Очная
6.	Год набора	2022

2. Перечень компетенций

- | |
|---|
| – ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности |
|---|

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
Исследование операций	ОПК-3	применять математические методы для принятия оптимальных решений в целенаправленной деятельности	уметь решать задачи по разделам курса, применять теоретический материал	умениями придавать задачам конкретной предметной области математическую форму	Аудиторная контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
Теория игр	ОПК-3	методы принятия решений в условиях определенности, неопределенности, в условиях риска или конфликта	учитывать случайные факторы и неопределенности при моделировании экономических процессов	культурой мышления, способностью к восприятию, обобщению и анализу информации	Аудиторная контрольная работа, два индивидуальных задания, лабораторная работа

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

1) Контрольная работа

Баллы	Критерии оценивания
9-10	контрольная работа выполнена полностью, в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием непонимания материала)
6-8	контрольная работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, допущена одна негрубая ошибка или два-три недочета в выкладках или графиках, если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки
4-5	студент допустил более одной грубой ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках и графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
0-3	студент показал полное отсутствие обязательных знаний и умений по проверяемой теме

Примечание:

- К грубым ошибкам относятся незнание студентом формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять, незнание приемов решения задач, а также вычислительные ошибки, если они не являются опiskой.
- К негрубым ошибкам относятся вычислительные ошибки, если они являются опiskой, потеря решения уравнения или сохранение в ответе постороннего корня.
- К недочетам относятся нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решении задания.

2) Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)

Баллы	Характеристика индивидуального домашнего задания
4	Уровень расчетно-графической работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины «Исследование операций и теория игр» освоено полностью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены без замечаний.
3	Уровень расчетно-графической работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины «Исследование операций и теория игр» освоено полностью, при этом некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, но все предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены, некоторые из них содержат негрубые ошибки.
2	Уровень расчетно-графической работы не отвечает большинству требований, предъявляемым к выполнению ИДЗ, теоретическое содержание раздела дисциплины «Исследование операций и теория игр» освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, отдельные предусмотренные программой обучения задания ИДЗ выполнены с грубыми ошибками.
0	Уровень выполнения ИДЗ показывает, что теоретическое содержание раздела дисциплины «Исследование операций и теория игр» не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные задания ИДЗ содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения заданий ИДЗ.

Требования, предъявляемые к выполнению ИДЗ:

- ИДЗ должно базироваться на знаниях теоретических и методических вопросах дисциплины «Исследование операций и теория игр». Работа должна содержать элементы творчества, новизны, направленные на эффективное решение заданий ИДЗ;
- ИДЗ должно отразить глубину теоретической подготовки студента, понимание контролируемого учебного материала по дисциплине «Исследование операций и теория игр»: умение связывать теоретические положения с их практическим применением, способность самостоятельно формировать и обосновывать собственные выводы, логически и грамотно излагать свои мысли;
- в ИДЗ не допускается переписывание учебников, учебных пособий и других источников;
- Студент – автор ИДЗ полностью отвечает за предложенные решения заданий и правильность всех данных, приведенных в ИДЗ;
- ИДЗ должно быть сдано в назначенный руководителем срок.

3) Лабораторная работа

Баллы	Характеристика индивидуального домашнего задания
3	Полученные ранее знания для проведения анализа, опыта, эксперимента и выполнения последующих расчетов, а также составления выводов сформированы недостаточно. Лабораторная работа выполнена без замечаний.

Баллы	Характеристика индивидуального домашнего задания
2	Полученные ранее знания для проведения анализа, опыта, эксперимента и выполнения последующих расчетов, а также составления выводов сформированы. Лабораторная работа выполнена полностью, с небольшими без замечаниями.
1	Уровень выполнения лабораторной работы не отвечает большинству требований, теоретическое содержание раздела дисциплины освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы.
0	Уровень выполнения лабораторной работы, что теоретическое содержание раздела дисциплины, необходимые практические навыки не сформированы.

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

5.1. Типовая контрольная работа

1. Решить графически задачу линейного программирования:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 5 \\ -2x_1 + x_3 \leq -1 \\ x_1 - x_3 \leq -1 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$z = 3x_1 + x_3 - 1 \rightarrow \max$$

2. Решить задачу линейного программирования симплекс методом.

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$u = 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$$

3. Найти решение транспортной задачи.

a_i	b_j	22	45	20	18	30
60	4	1	3	4	4	
35	2	3	2	2	3	
40	3	5	2	4	4	

РЕШЕНИЕ.

1. Решить графически задачу линейного программирования:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 5 \\ -2x_1 + x_3 \leq -1 \\ x_1 - x_3 \leq -1 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$z = 3x_1 + x_3 - 1 \rightarrow \max$$

Решение: Множество допустимых решений этой задачи и опорная прямая изображены на рис. 1. $\max z = z(2; 3) = 8$.

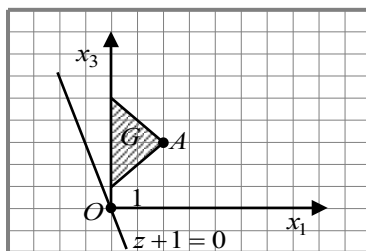


Рис. 1

2. Решить задачу линейного программирования симплекс методом.

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$u = 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$$

Решение:

$$\begin{array}{l}
 y_1 \begin{array}{|cccccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & 1 \\ \hline -2 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} = 0 \\
 y_2 \begin{array}{|cccccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & 1 \\ \hline -1 & 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} = 0 \\
 1 \begin{array}{|cccccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & 1 \\ \hline 2 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = u \\
 \begin{array}{cccccc} \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 & v \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 z_4 \begin{array}{|cccccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & 0 & x_5 & 1 \\ \hline 2 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} = -x_4 \\
 y_2 \begin{array}{|cccccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & 0 & x_5 & 1 \\ \hline -1 & 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} = 0 \\
 1 \begin{array}{|cccccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & 0 & x_5 & 1 \\ \hline 2 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = u \\
 \begin{array}{cccccc} \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ z_1 & z_2 & z_3 & y_1 & z_1 & v \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 z_4 \begin{array}{|cccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & 1 \\ \hline 2 & -1 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} = -x_4 \\
 z_5 \begin{array}{|cccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & 1 \\ \hline -1 & 2 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} = -x_5 \\
 1 \begin{array}{|cccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 & 1 \\ \hline 2 & 2 & 5 & 0 \\ \hline \end{array} = u \\
 \begin{array}{cccc} \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ z_1 & z_2 & z_3 & y_1 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 y_1 = -z_4, y_2 = z_5.$$

$$\begin{array}{l}
 z_4 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 2 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} = -x_4 \\
 z_5 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline -1 & 2 & -1 \\ \hline \end{array} = -x_5 \\
 1 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 2 & 2 & 5 \\ \hline \end{array} = u \\
 \begin{array}{ccc} \parallel & \parallel & \parallel \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 z_2 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_4 & x_3 \\ \hline -2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array} = x_2 \\
 z_5 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_4 & x_3 \\ \hline 3 & 2 & -3 \\ \hline \end{array} = x_5 \\
 1 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_4 & x_3 \\ \hline 6 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} = u \\
 \begin{array}{ccc} \parallel & \parallel & \parallel \\ z_1 & z_4 & z_3 \end{array}
 \end{array}$$

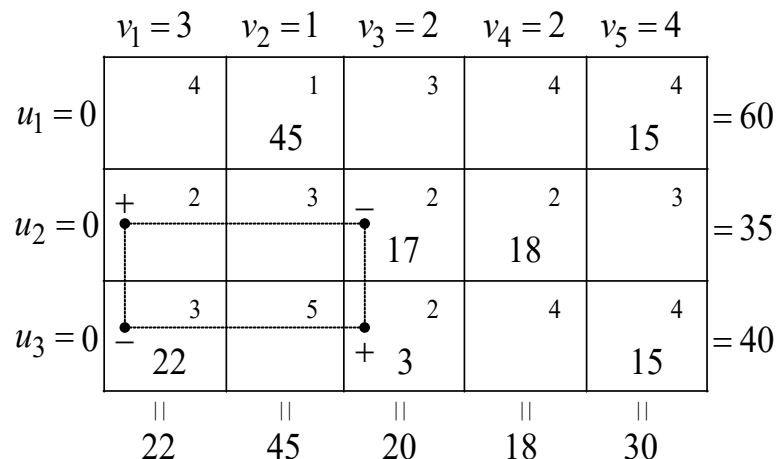
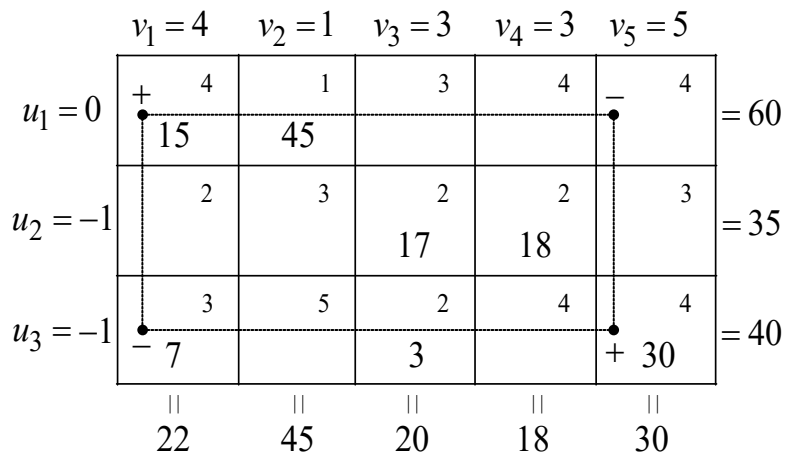
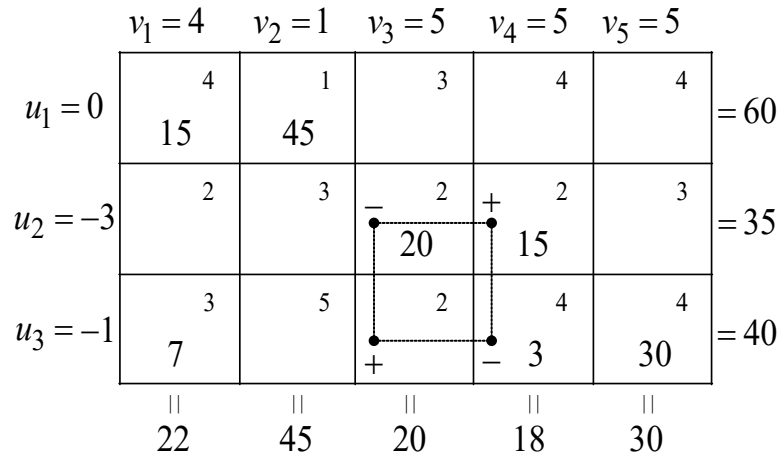
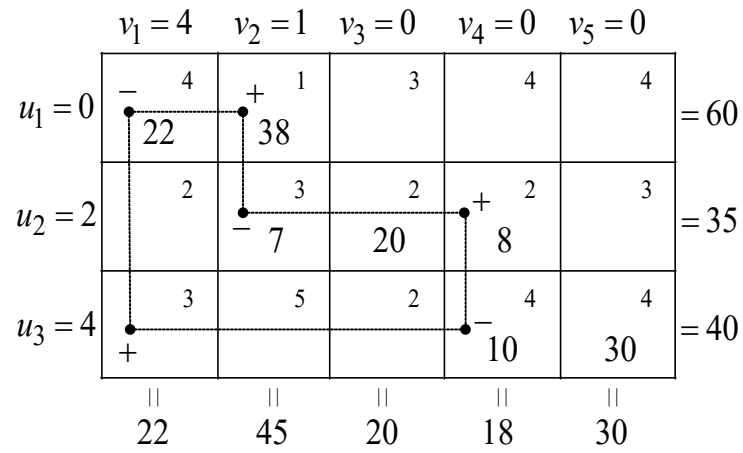
$$\begin{array}{l}
 z_2 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_4 & x_5 \\ \hline -1 & -1/2 & 1/3 \\ \hline \end{array} = x_2 \\
 z_3 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_4 & x_5 \\ \hline -1 & -2/3 & -1/3 \\ \hline \end{array} = x_3 \\
 1 \begin{array}{|ccc|} \hline x_1 & x_4 & x_5 \\ \hline 12 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} = u \\
 \begin{array}{ccc} \parallel & \parallel & \parallel \\ z_1 & z_4 & z_5 \end{array}
 \end{array}$$

$$\min u = u(0; 2/3; 1/3) = 3, \quad \max v = v(4; 1) = 3.$$

3. Найти решение транспортной задачи.

	b_j	22	45	20	18	30
a_i						
60		4	1	3	4	4
35		2	3	2	2	3
40		3	5	2	4	4

Решение:



$$\min z = 45 \cdot 1 + 15 \cdot 4 + 17 \cdot 2 + 18 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 15 \cdot 4 = 290.$$

5.2. Типовое индивидуальное домашнее задание

Предприятие выпускает два вида продукции, используя три вида ресурсов. Известны:

A - матрица норм затрат ресурсов

B - запасы ресурсов

C - прибыль на единицу продукции

С помощью данных требуется:

а) составить экономико-математическую модель;

б) решить задачу планирования выпуска продукции, обеспечивающего получение максимальной прибыли графическим методом и указать пределы изменения дефицитных ресурсов;

INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image002.gif" *

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

MERGEFORMATINET INCLUDEPICTURE

"http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image004.gif" * MERGEFORMATINET

$$B = \begin{pmatrix} 80 \\ 60 \\ 15 \end{pmatrix}$$

INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image006.gif" *

MERGEFORMATINET $C = (3 \ 2)$

Решение

Составить экономико-математическую модель:

Введем обозначения INCLUDEPICTURE

"http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image008.gif" * MERGEFORMATINET x_1 ,

INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image010.gif" *

MERGEFORMATINET x_2 - два вида продукции.

Максимизировать целевую функцию INCLUDEPICTURE

"http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image012.gif" * MERGEFORMATINET

$F = 3x_1 + 2x_2$ при ограничениях

INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image014.gif" *

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 80 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\ x_2 \leq 15 \end{cases}$$

MERGEFORMATINET INCLUDEPICTURE

"http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image016.gif" * MERGEFORMATINET $x_i \geq 0$,

INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image018.gif" *

MERGEFORMATINET $i = 1, 2$

Найдем множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют системе ограничений.

Неравенства INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image020.gif" *

MERGEFORMATINET $x_1 \geq 0$ и $x_2 \geq 0$ показывают, что множество допустимых планов расположено в первом

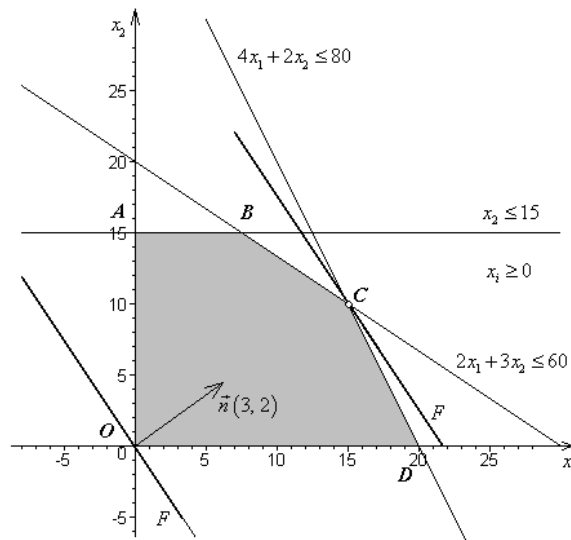
квадранте. Областью допустимых решений является многоугольник $OABCD$.

INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image022.gif" *

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 80 \\ 2x_1 + 3x_2 = 60 \\ x_2 = 15 \end{cases}$$

MERGEFORMATINET

INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image023.png" *



MERGEFORMATINET

Среди точек многоугольника решений выберем такую, в которой целевая функция достигает максимального значения. Для этого по уравнению

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image026.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image026.gif) * MERGEFORMATINET

$3x_1 + 2x_2 = c$ строим несколько линий уровня

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image028.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image028.gif) * MERGEFORMATINET

$F(x_1, x_2)$, произвольно выбирая c (т.е. передвигая линию целевой функции вдоль вектора

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image030.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image030.gif) *

MERGEFORMATINET $\vec{n}(3, 2)$, на графике масштаб вектора увеличен). Первой вершиной, к которой прикоснется прямая

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image026.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image026.gif) * MERGEFORMATINET

$3x_1 + 2x_2 = c$ при выходе из границ треугольника допустимых решений системы ограничений, будет точка C . В точке C прямая

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image032.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image032.gif) * MERGEFORMATINET

$4x_1 + 2x_2 = 80$ пересекает прямую

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image034.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image034.gif) * MERGEFORMATINET

$2x_1 + 3x_2 = 60$, поэтому для нахождения координат точки достаточно решить систему уравнений:

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image036.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image036.gif) *

MERGEFORMATINET
$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 80 \\ 2x_1 + 3x_2 = 60 \end{cases}$$
 [INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image038.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image038.gif) * MERGEFORMATINET

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image038.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image038.gif) * MERGEFORMATINET

$$\begin{cases} x_1 = 15 \\ x_2 = 10 \end{cases}$$

В результате получаем:

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image040.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image040.gif) * MERGEFORMATINET

$x_1 = 15, x_2 = 10$. Полученное решение будет оптимальным, максимизирующее целевую функцию:

[INCLUDEPICTURE "http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image042.gif"](http://www.ecnmx.ru/exempl/graphic_simplex_dual_150/image042.gif) *

MERGEFORMATINET $F_{\max}(15, 10) = 3 \cdot 15 + 2 \cdot 10 = 65$

5.3. Типовая лабораторная работа

Лабораторная работа № 1

«Решение одноиндексных задач линейного программирования С использованием MS Excel»

Цель работы

Приобретение навыков решения одноиндексных задач линейного программирования (ЛП) в табличном редакторе Microsoft Excel.

Порядок выполнения работы

Для модели ЛП, соответствующей номеру Вашего варианта, найдите оптимальное решение в табличном редакторе Microsoft Excel и продемонстрируйте его преподавателю.

Для того чтобы решить задачу ЛП в табличном редакторе Microsoft Excel, необходимо выполнить следующие действия.

1 Ввести условие задачи:

- создать экранную форму для ввода условия задачи: переменных, целевой функции (ЦФ), ограничений, граничных условий;
- ввести исходные данные в экранную форму: коэффициенты ЦФ, коэффициенты при переменных в ограничениях, правые части ограничений;
- ввести зависимости из математической модели в экранную форму: формулу для расчета ЦФ, формулы для расчета значений левых частей ограничений;
- задать ЦФ (в окне «Поиск решения»): целевую ячейку, направление оптимизации ЦФ;
- ввести ограничения и граничные условия (в окне «Поиск решения»): ячейки со значениями переменных, граничные условия для допустимых значений переменных, соотношения между правыми и левыми частями ограничений.

2 Решить задачу:

- установить параметры решения задачи (в окне «Поиск решения»);
- запустить задачу на решение (в окне «Поиск решения»);
- выбрать формат вывода решения (в окне «Результаты поиска решения»).

Пример решения одноиндексной задачи ЛП

Рассмотрим пример нахождения решения для следующей одноиндексной задачи ЛП:

$$\begin{cases} L(X) = 130,5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87,8x_4; \\ -1,8x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 756, \\ -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \geq 450, \\ 4x_1 - 1,5x_2 + 10,4x_3 + 13x_4 \leq 89, \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,4}. \end{cases} \quad (1.1)$$

Ввод исходных данных

Создание экранной формы и ввод в нее условия задачи

Экранная форма для ввода условий задачи (1.1) вместе с введенными в нее исходными данными представлена на рис. 1.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение							
4	Нижн.гр.	0	0	0	0			
5						Значение	Направл.	
6	Козф. ЦФ	130,5	20	56	87,8		max	
7								
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4		=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1		>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13		<=	89
13								

Рис. 1.1. Экранная форма задачи (1.1) (курсор в ячейке F6)

В экранной форме на рис. 1.1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка в Excel. Имя ячейки состоит из буквы, обозначающей столбец, и цифры, обозначающей строку, на пересечении которых находится объект задачи ЛП. Так, например, переменным задачи (1.1) соответствуют ячейки B3 (x_1), C3 (x_2), D3 (x_3), E3 (x_4), коэффициентам ЦФ соответствуют ячейки B6 ($c_1 = 130,5$), C6 ($c_2 = 20$), D6 ($c_3 = 56$), E6 ($c_4 = 87,8$), правым частям ограничений соответствуют ячейки H10 ($b_1 = 756$), H11 ($b_2 = 450$), H12 ($b_3 = 89$) и т.д.

Ввод зависимостей из математической модели в экранную форму
Зависимость для ЦФ

В ячейку F6, в которой будет отображаться значение ЦФ, необходимо ввести формулу, по которой это значение будет рассчитано. Согласно (1.1) значение ЦФ определяется выражением

$$130,5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87,8x_4 \quad (1.2)$$

Используя обозначения соответствующих ячеек в Excel (см. рис. 1.1), формулу для расчета ЦФ (1.2) можно записать как сумму произведений каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (B3, C3, D3, E3), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов ЦФ (B6, C6, D6, E6), то есть

$$B6 \cdot B3 + C6 \cdot C3 + D6 \cdot D3 + E6 \cdot E3 \quad (1.3)$$

Чтобы задать формулу (1.3) необходимо в ячейку F6 ввести следующее выражение и нажать клавишу «Enter»

$$=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B6:E6) \quad (1.4)$$

где символ \$ перед номером строки 3 означает, что при копировании этой формулы в другие места листа Excel номер строки 3 не изменится;

символ : означает, что в формуле будут использованы все ячейки, расположенные между ячейками, указанными слева и справа от двоеточия (например, запись B6:E6 указывает на ячейки B6, C6, D6 и E6). После этого в целевой ячейке появится 0 (нулевое значение) (рис. 1.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение							
4	Нижн. гр.	0	0	0	0			
5						ЦФ		
6	Козф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	Значение	Направл.	
7						0	max	
8								
9								
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4	Лев. часть	Знак	Прав. часть
11	Огран.2	-6	2	4	-1	0	=	756
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	0	>=	450
13						0	<=	89

Рис. 1.2. Экранная форма задачи (1.1) после ввода всех необходимых формул (курсор в ячейке F6)

Примечание 1.1. Существует другой способ задания функций в Excel с помощью режима «Вставка функций», который можно вызвать из меню «Вставка» или при нажатии кнопки « f_x » на стандартной панели инструментов. Так, например, формулу (1.4) можно задать следующим образом:

курсор в поле F6;

нажав кнопку « f_x », вызовите окно «Мастер функций – шаг 1 из 2»;

выберите в окне «Категория» категорию «Математические»;

в окне «Функция» выберите функцию СУММПРОИЗВ;

в появившемся окне «СУММПРОИЗВ» в строку «Массив 1» введите выражение B\$3:E\$3, а в строку «Массив 2» – выражение B6:E6 (рис.1.3);

после ввода ячеек в строки «Массив 1» и «Массив 2» в окне «СУММПРОИЗВ» появятся числовые значения введенных массивов (см. рис. 1.3), а в экранной форме в ячейке F6 появится текущее значение, вычисленное по введенной формуле, то есть 0 (так как в момент ввода формулы значения переменных задачи нулевые).

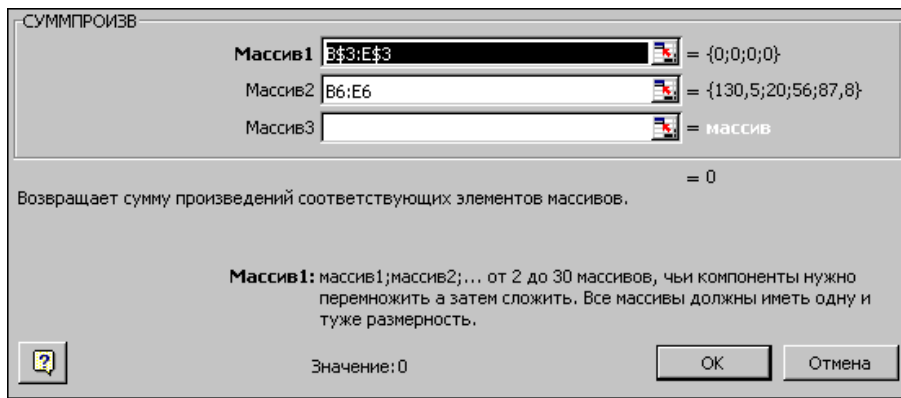


Рис. 1.3. Ввод формулы для расчета ЦФ в окно «Мастер функций»

Зависимости для левых частей ограничений

Левые части ограничений задачи (1.1) представляют собой сумму произведений каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи ($B3, C3, D3, E3$), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов конкретного ограничения ($B10, C10, D10, E10$ – 1-е ограничение; $B11, C11, D11, E11$ – 2-е ограничение и $B12, C12, D12, E12$ – 3-е ограничение). Формулы, соответствующие левым частям ограничений, представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Формулы, описывающие ограничения модели (1.1)

Левая часть ограничения	Формула Excel
$-1,8x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4$ или $B10 \cdot B3 + C10 \cdot C3 + D10 \cdot D3 + E10 \cdot E3$	=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B10:E10)
$-6x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4$ или $B11 \cdot B3 + C11 \cdot C3 + D11 \cdot D3 + E11 \cdot E3$	=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B11:E11)
$4x_1 - 1,5x_2 + 10,4x_3 + 13x_4$ или $B12 \cdot B3 + C12 \cdot C3 + D12 \cdot D3 + E12 \cdot E3$	=СУММПРОИЗВ(B\$3:E\$3;B12:E12)

Как видно из табл. 1.1, формулы, задающие левые части ограничений задачи (1.1), отличаются друг от друга и от формулы (1.4) в целевой ячейке F6 только номером строки во втором массиве. Этот номер определяется той строкой, в которой ограничение записано в экранной форме. Поэтому для задания зависимостей для левых частей ограничений достаточно скопировать формулу из целевой ячейки в ячейки левых частей ограничений. Для этого необходимо:

поместить курсор в поле целевой ячейки F6 и скопировать в буфер содержимое ячейки F6 (клавишами «Ctrl-Insert»);

помещать курсор поочередно в поля левой части каждого из ограничений, то есть в F10, F11 и F12, и вставлять в эти поля содержимое буфера (клавишами «Shift-Insert») (при этом номер ячеек во втором массиве формулы будет меняться на номер той строки, в которую была произведена вставка из буфера);

на экране в полях F10, F11 и F12 появится 0 (нулевое значение) (см. рис. 1.2).

Проверка правильности введения формул

Для проверки правильности введенных формул производите поочередно двойное нажатие левой клавиши мыши на ячейки с формулами. При этом на экране рамкой будут выделяться ячейки, используемые в формуле (рис. 1.4 и 1.5).

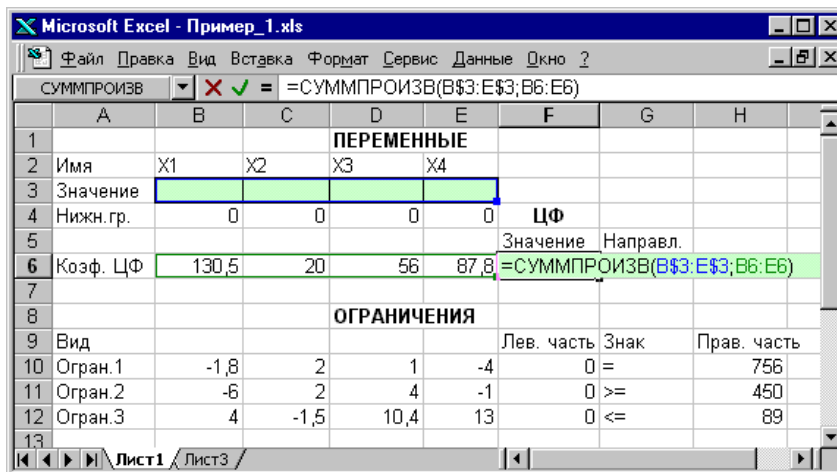


Рис. 1.4. Проверка правильности введения формулы в целевую ячейку F6

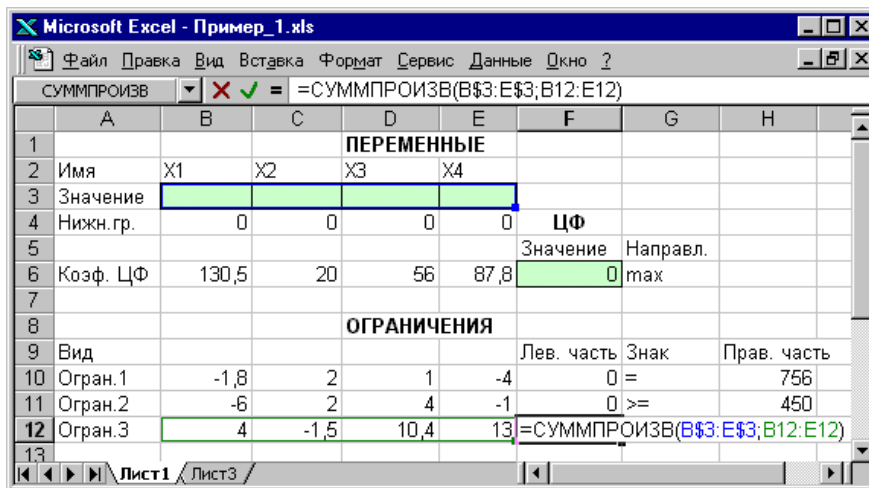


Рис. 1.5. Проверка правильности введения формулы в ячейку F12 для левой части ограничения 3

Задание ЦФ

Дальнейшие действия производятся в окне «Поиск решения», которое вызывается из меню «Сервис» (рис. 1.6):

поставьте курсор в поле «Установить целевую ячейку»;

введите адрес целевой ячейки \$F\$6 или сделайте одно нажатие левой клавиши мыши на целевую ячейку в экранной форме - это будет равносильно вводу адреса с клавиатуры;

введите направление оптимизации ЦФ, щелкнув один раз левой клавишей мыши по селекторной кнопке «максимальному значению».

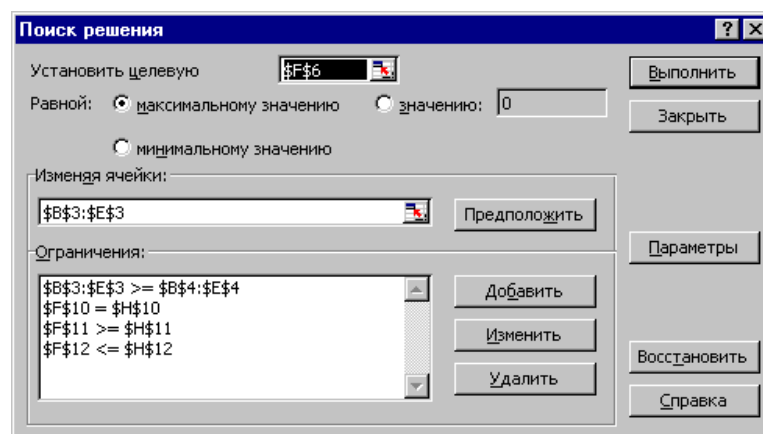


Рис. 1.6. Окно «Поиск решения» задачи (1.1)

Ввод ограничений и граничных условий

Задание ячеек переменных

В окне «Поиск решения» в поле «Изменяя ячейки» впишите адреса $B3:E3$. Необходимые адреса можно вносить в поле «Изменяя ячейки» и автоматически путем выделения мышью соответствующих ячеек переменных непосредственно в экранной форме.

Задание граничных условий для допустимых значений переменных

В нашем случае на значения переменных накладывается только граничное условие неотрицательности, то есть их нижняя граница должна быть равна нулю (см. рис. 1.1).

Нажмите кнопку «Добавить», после чего появится окно «Добавление ограничения» (рис.1.7).

В поле «Ссылка на ячейку» введите адреса ячеек переменных $B3:E3$. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью всех ячеек переменных непосредственно в экранной форме.

В поле знака откройте список предлагаемых знаков и выберите \geq .

В поле «Ограничение» введите адреса ячеек нижней границы значений переменных, то есть $B4:E4$. Их также можно ввести путем выделения мышью непосредственно в экранной форме.

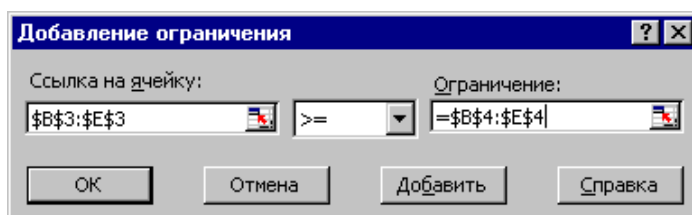


Рис. 1.7. Добавление условия неотрицательности переменных задачи (1.1)

Задание знаков ограничений \leq , \geq , $=$

Нажмите кнопку «Добавить» в окне «Добавление ограничения».

В поле «Ссылка на ячейку» введите адрес ячейки левой части конкретного ограничения, например $F10$. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью нужной ячейки непосредственно в экранной форме.

В соответствии с условием задачи (1.1) выбрать в поле знака необходимый знак, например $=$.

В поле «Ограничение» введите адрес ячейки правой части рассматриваемого ограничения, например $H10$.

Аналогично введите ограничения: $F11 \geq H11$, $F12 \leq H12$.

Подтвердите ввод всех перечисленных выше условий нажатием кнопки ОК.

Окно «Поиск решения» после ввода всех необходимых данных задачи (1.1) представлено на рис.

1.6.

Если при вводе условия задачи возникает необходимость в изменении или удалении внесенных ограничений или граничных условий, то это делают, нажав кнопки «Изменить» или «Удалить» (см. рис. 1.6).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Установка параметров решения задачи

Задача запускается на решение в окне «Поиск решения». Но предварительно для установления конкретных параметров решения задач оптимизации определенного класса необходимо нажать кнопку «Параметры» и заполнить некоторые поля окна «Параметры поиска решения» (рис. 1.8).

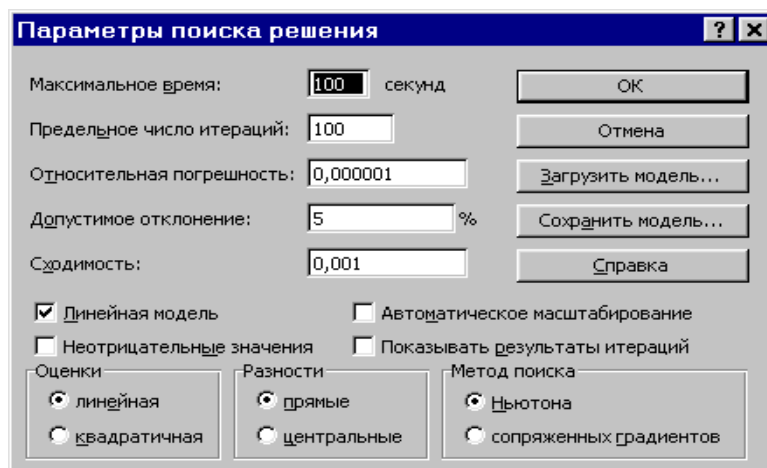


Рис. 1.8. Параметры поиска решения, подходящие для большинства задач ЛП

Параметр «Максимальное время» служит для назначения времени (в секундах), выделяемого на решение задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32 767 секунд (более 9 часов).

Параметр «Предельное число итераций» служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных вычислений. В поле можно ввести количество итераций, не превышающее 32 767.

Параметр «Относительная погрешность» служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать число из интервала от 0 до 1. Чем меньше количество десятичных знаков во введенном числе, тем ниже точность. Высокая точность увеличит время, которое требуется для того, чтобы сошелся процесс оптимизации.

Параметр «Допустимое отклонение» служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения в целочисленных задачах. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Параметр «Сходимость» применяется только при решении нелинейных задач.

Установка флажка «Линейная модель» обеспечивает ускорение поиска решения линейной задачи за счет применения симплекс-метода.

Подтвердите установленные параметры нажатием кнопки «ОК».

Запуск задачи на решение

Запуск задачи на решение производится из окна «Поиск решения» путем нажатия кнопки «Выполнить».

После запуска на решение задачи ЛП на экране появляется окно «Результаты поиска решения» с одним из сообщений, представленных на рис. 1.9, 1.10 и 1.11.

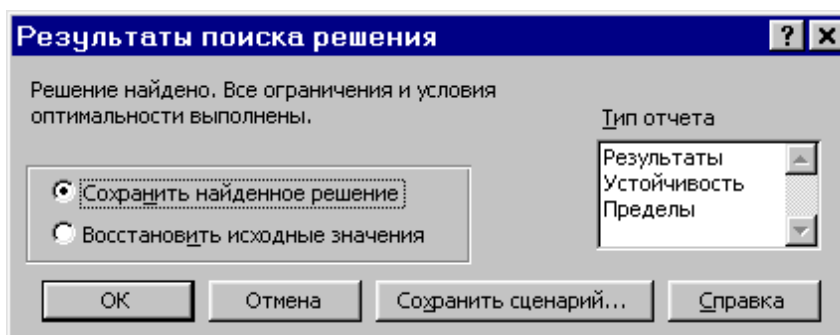


Рис. 1.9. Сообщение об успешном решении задачи

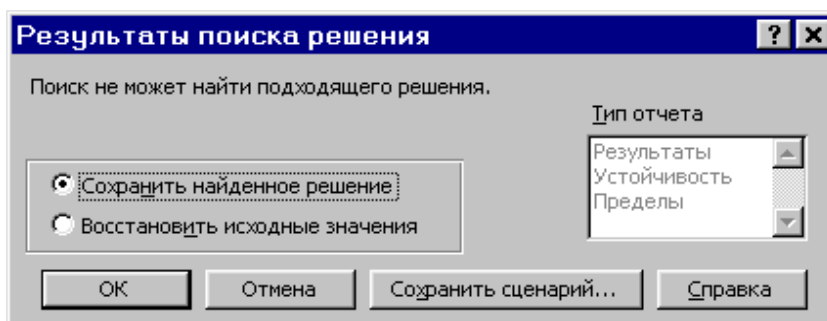


Рис. 1.10. Сообщение при несовместной системе ограничений задачи

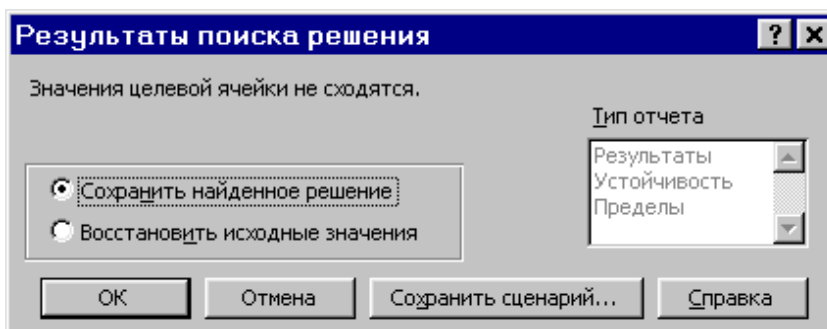


Рис. 1.11. Сообщение при неограниченности ЦФ в требуемом направлении

Иногда сообщения, представленные на рис. 1.10 и 1.11, свидетельствуют не о характере оптимального решения задачи, а о том, что при вводе условий задачи в Excel были допущены ошибки, не позволяющие Excel найти оптимальное решение, которое в действительности существует.

Если при решении задачи ЛП выдается сообщение о невозможности нахождения решения, то возможно, что причина заключается в ошибках ввода условия задачи в Excel. Поэтому, прежде чем делать вывод о принципиальной невозможности нахождения оптимального решения задачи, проверьте: не было ли допущено ошибок по ходу выполнения задания?

В том случае, когда при заполнении полей окна «Поиск решения» были допущены ошибки, не позволяющие Excel применить симплекс-метод для решения задачи или довести ее решение до конца, то после запуска задачи на решение на экран будет выдано соответствующее сообщение с указанием причины, по которой решение не найдено. Иногда слишком малое значение параметра «Относительная погрешность» не позволяет найти оптимальное решение. Для исправления этой ситуации увеличивайте погрешность поразрядно, например от 0,000001 до 0,00001 и т.д.

В окне «Результаты поиска решения» представлены названия трех типов отчетов: «Результаты», «Устойчивость», «Пределы». Они необходимы при анализе полученного решения на чувствительность. Для получения же ответа (значений переменных, ЦФ и левых частей ограничений) прямо в экранной форме просто нажмите кнопку «ОК». После этого в экранной форме появляется оптимальное решение задачи (рис. 1.12).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение	100,661	546,444	0	38,925			
4	Нижн. гр.	0	0	0	0	ЦФ		
5						Значение	Направл.	
6	Козф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	27482,714	max	
7				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4	756	=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1	450	>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	89	<=	89

Рис. 1.12. Экранная форма задачи (1.1) после получения решения

5.4. Вопросы к зачету

1. Построение математических моделей и их особенности. Постановка задачи об оптимальном плане производства.
2. Общая задача линейного программирования, стандартный вид задачи линейного программирования.
3. Понятие двойственности в задачах линейного программирования, правила построения двойственной задачи.
4. Экономический смысл двойственных задач.
5. Экономический смысл теорем двойственности.
6. Задача о плане производства при условии ограниченных ресурсов (графический метод).
7. Понятие целевой функции задачи линейного программирования. Ее экономический смысл.
8. Системы линейных неравенств, их решение графическим методом.
9. Решение задач линейного программирования симплекс-методом. Графическое решение.
10. Анализ решения задач линейного программирования.
11. Транспортные задачи. Математическая модель прямой и двойственной задачи.
12. Метод наименьшего элемента.
13. Метод потенциалов.
14. Транспортная задача на максимум целевой функции.
15. Общая постановка задачи целочисленного программирования. Особенности задачи и ее решения.
16. Решение задачи целочисленного программирования методом ветвей и границ.
17. Решение задачи целочисленного программирования методом Гомори.
18. Графы и сети. Основные определения. Способы задания графа и сети. Сетевое планирование.
19. Основные понятия теории игр. Классификация задач теории игр.
20. Решение задачи игры с нулевой суммой в чистых стратегиях.
21. Решение задачи игры с нулевой суммой в смешанных стратегиях.
22. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования.

23. Решение задачи игры с нулевой суммой в смешанных стратегиях геометрическим способом.
24. Критерии Байеса и Лапласа для выбора оптимальной стратегии при «играх с природой».
25. Критерии Вальда, Севиджа и Гурвица для выбора оптимальной стратегии при «играх с природой».
26. Алгоритм решения задач теории игр. Решение задач графическим методом.
27. Динамическое программирование и его задачи.
28. Общие уравнения алгоритма, реализующие принцип Беллмана в задачах динамического программирования.
29. Задача распределения ресурсов.
30. Задача распределения средств между предприятиями на первый и второй год.